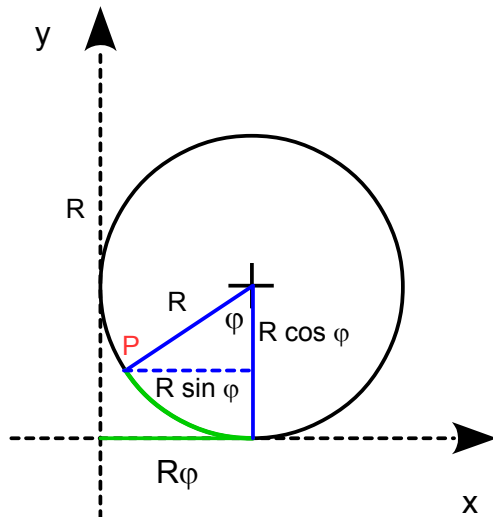
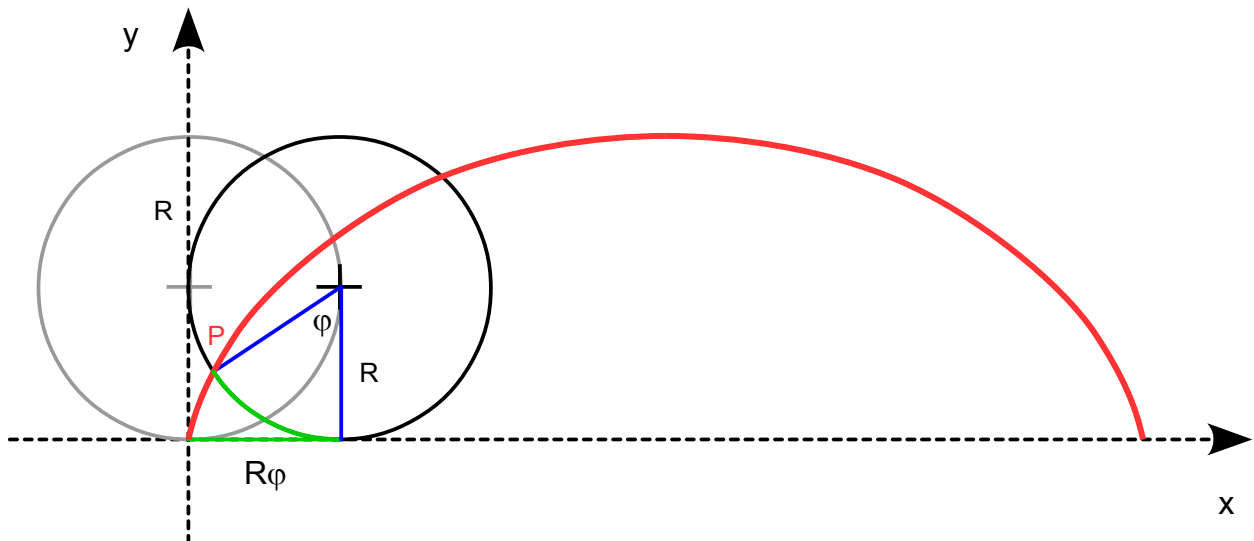


Zykloide

gr.: κυκλος = Kreis , ειδηζ = ähnlich

Wird auf einer Geraden ein Kreis mit Radius R abgerollt, so beschreibt ein fester Punkt P des Kreises eine Kurve, die Zykloide genannt wird.



Die Parameterdarstellung der Zykloide mit dem Drehwinkel $\varphi \in [0, 2\pi]$ als Parameter lautet

$$P(x \mid y) = P(R\varphi - R\sin\varphi \mid R - R\cos\varphi)$$

$$P(x \mid y) = P(R(\varphi - \sin\varphi) \mid R(1 - \cos\varphi)) .$$

Übergang zu Kartesischen Koordinaten :

$$y = R(1 - \cos \varphi)$$

$$y = R - R \cos \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{R - y}{R}$$

$$\varphi = \arccos \frac{R - y}{R}$$

$$\sin \varphi = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$$

$$\sin \varphi = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{R-y}{R}\right)^2}$$

$$\sin \varphi = \pm \sqrt{1 - \frac{(R-y)^2}{R^2}}$$

$$\sin \varphi = \pm \sqrt{\frac{R^2 - (R-y)^2}{R^2}}$$

$$\sin \varphi = \pm \sqrt{\frac{R^2 - R^2 + 2Ry - y^2}{R^2}}$$

$$\sin \varphi = \pm \sqrt{\frac{2Ry - y^2}{R^2}}$$

$$\sin \varphi = \pm \sqrt{\frac{y(2R - y)}{R^2}}$$

$$\sin \varphi = \pm \frac{\sqrt{y(2R - y)}}{R}$$

$$x = R(\varphi - \sin \varphi)$$

$$x = R\varphi - R\sin \varphi$$

Die Koordinatengleichung der Zyклоide in Kartesischen Koordinaten lautet

$$x = R \arccos \frac{R-y}{R} \mp \sqrt{y(2R - y)}$$