

Satz des Pythagoras, Strahlensätze, Trigonometrie

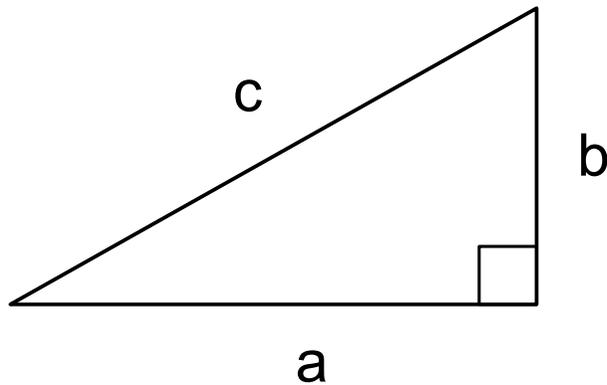
Skriptum erstellt von

Arno Fehringer

Februar 2023

Satz des Pythagoras (~ 500 v. Chr.)

Im rechtwinkligen Dreieck ist die Summe der Kathetenquadrate gleich dem Hypotenusenquadrat .



a, b sind die **Katheten**
c ist die **Hypotenuse**

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Sind in einem rechtwinkligen Dreieck zwei Seiten bekannt, kann man die dritte Seite berechnen !

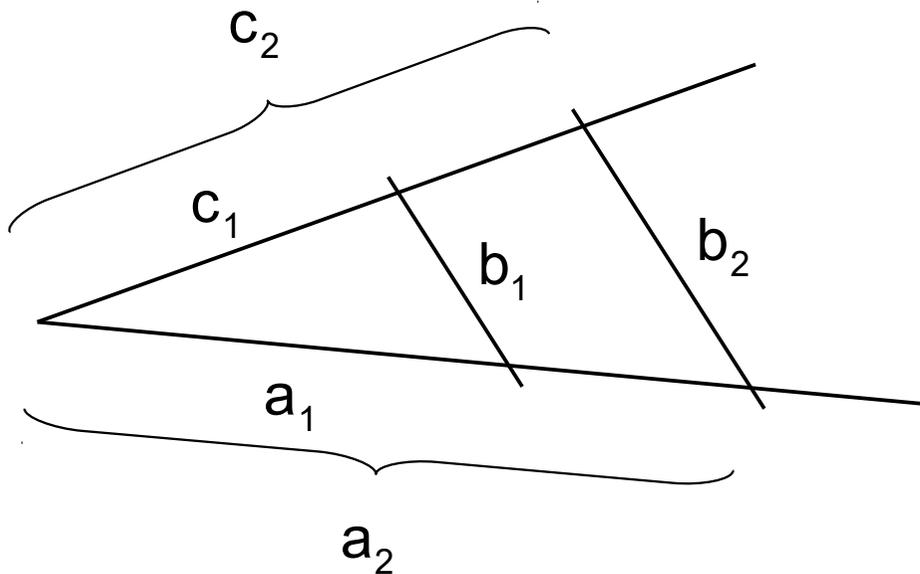


<https://scienceblogs.de/planeten/2013/02/17/buchbesprechung-kitty-ferguson-pythagoras-his-lives-and-the-legacy-of-a-rational-universe/>

Fotograf : Lakey, Die Pythagoras-Statue auf der griechischen Insel Samos.

Strahlensätze

Werden zwei Strahlen mit gemeinsamen Anfangspunkt von zwei Parallelen geschnitten, so gelten für die Strahl- und die Parallelabschnitte :



1. Strahlensatz

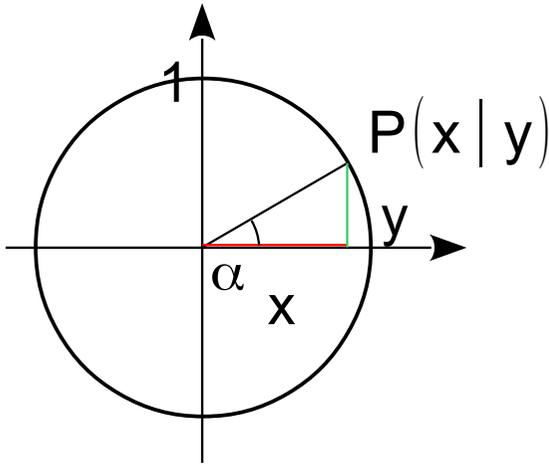
$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{c_2}{c_1}$$

2. Strahlensatz

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1}$$

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{b_2}{b_1}$$

Trigonometrische Funktionen am Einheitskreis



Ein Punkt $P(x \mid y)$ auf dem Einheitskreis und die Koordinaten x , y werden durch den Winkel α eindeutig festgelegt.

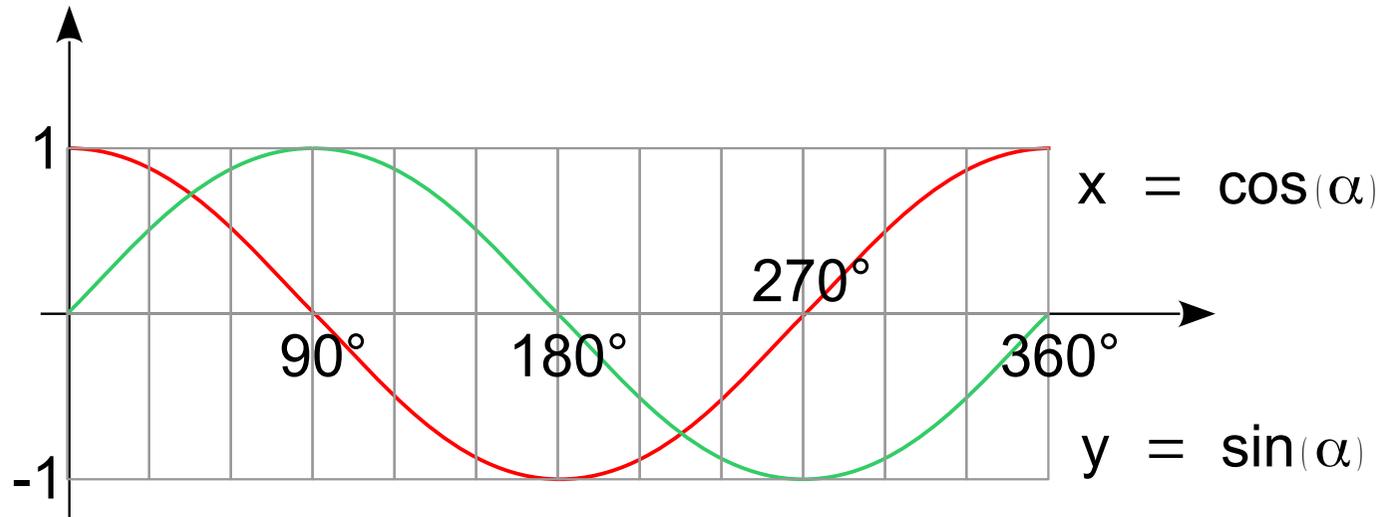
Die Koordinaten sind Funktionen des Winkels, nämlich die Kosinus- und Sinusfunktion :

$$\underline{x = \cos(\alpha)} \quad \underline{y = \sin(\alpha)}$$

Es gilt :

$$\boxed{\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1}$$

Schaubilder der trigonometrischen Funktionen :

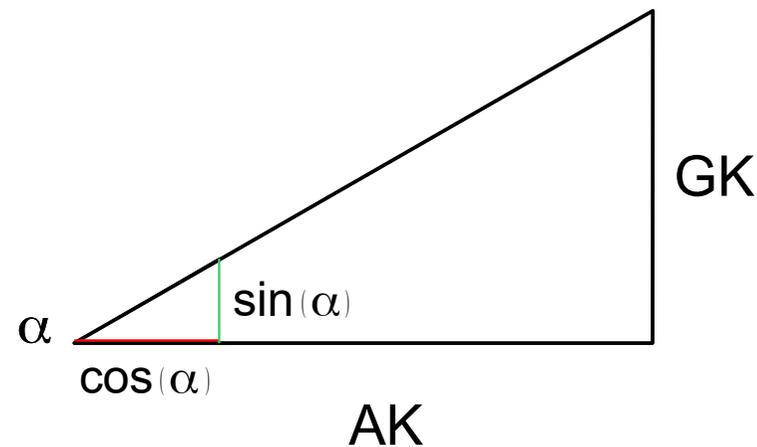
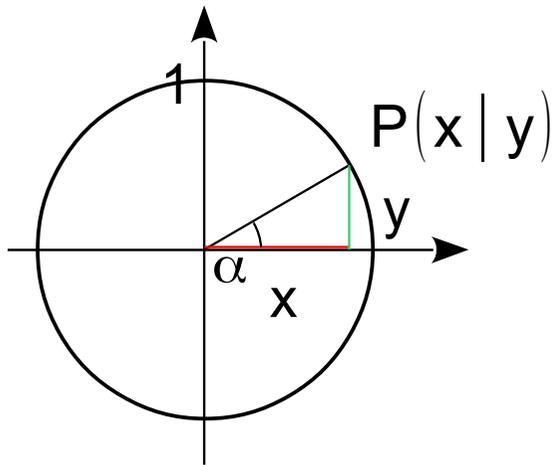


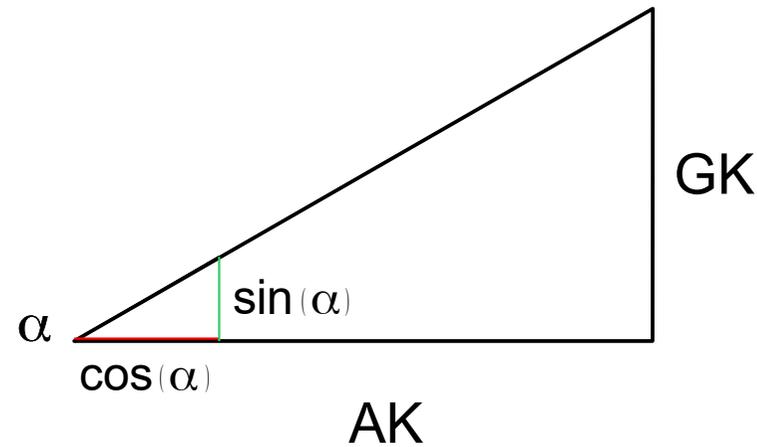
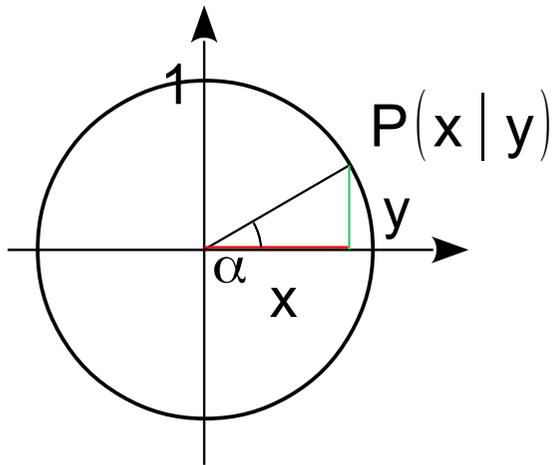
Die Funktionswerte der Sinus- und der Kosinus-Funktionen kann man dem Taschenrechner entnehmen.

Trigonometrie

Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck $\triangle ABC$ mit dem Winkel α , der Hypotenuse H und die auf den Winkel bezogene **Ankathete** AK und die **Gegenkathete** GK .

Kombiniert man dieses Dreieck mit dem entsprechenden Dreieck im Einheitskreis, erhält man die **Strahlensatzfigur**:





Nach den Strahlensätzen gilt :

$$\frac{AK}{\cos(\alpha)} = \frac{H}{1} \Rightarrow \boxed{\cos(\alpha) = \frac{AK}{H}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tan(\alpha) := \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{GK}{AK}}$$

$$\frac{H}{1} = \frac{GK}{\sin(\alpha)} \Rightarrow \boxed{\sin(\alpha) = \frac{GK}{H}}$$

Trigonometrische Berechnungen am Dreieck

Dreiecke, die in allen Seiten und Winkeln übereinstimmen heißen **kongruent** ! Bis auf die Orientierung sind Dreiecke eindeutig durch die **Kongruenzsätze** bestimmt ! Die fehlenden Größen können trigonometrisch berechnet werden .

Kongruenzsätze

- (**sss**) Dreiecke sind kongruent, wenn sie in allen drei Seiten übereinstimmen.
- (**sws**) Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen.
- (**wsw**) Dreiecke sind kongruent, wenn sie in einer Seite und den anliegenden Winkeln übereinstimmen.
- (**Ssw**) Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Seiten und dem der größeren Seite gegenüberliegenden Winkel übereinstimmen.